



TRANSLAČNÍ POHYB TĚLESA NA NAKLONĚNÉ ROVINĚ

(zásobník úloh a námětů do výuky)

Zásobník slouží jako zdroj příkladů a námětů pro učitele, tudíž zde nejsou metodicky rozpracované hodiny.

Zásobník je rozdělen na následující části:

- Zásobník úloh – základní úroveň
- Zásobník úloh – pokročilá úroveň
- Náměty do výuky

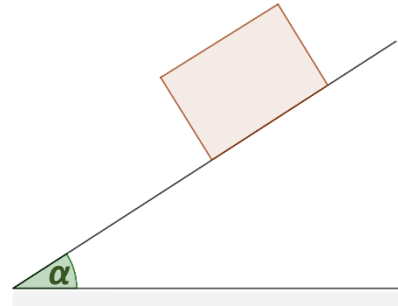




Zásobník úloh - základní úroveň

1. První úloha je takovým seznámením s aplikací Translační pohyb těles na nakloněné rovině a se silami, které na těleso v klidu na nakloněné rovině působí.

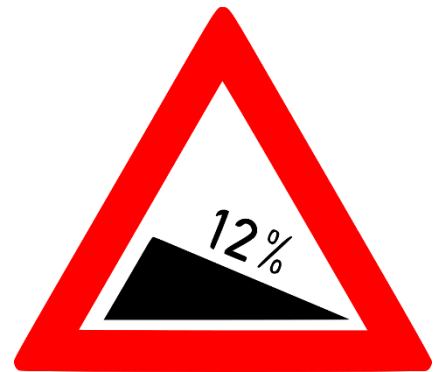
Spusťte aplikaci Translační pohyb těles na nakloněné rovině - základní úroveň. Zvolte „Upravit hodnoty“ a nastavte počáteční rychlost na 0 m/s. Ostatní hodnoty ponechte, tedy hmotnost = 1 kg, úhel = 45° , délka = 5 m, součinitel smykového tření = 0,5. Volbou "Uložit" spusťte animaci. Aplikace vlevo nahoře vypíše dobu pohybu a dosaženou rychlost tělesa během pohybu. Z těchto hodnot určete zrychlení tělesa. Podle zákona síly vypočítejte velikost výsledné síly uvádějící těleso do pohybu. Jaký je směr této síly způsobující pohyb tělesa?



Obrázek 1: Nakloněná rovina

Řešení: Výsledné zrychlení má hodnotu $a = 3,4 \text{ m/s}^2$ a výsledná síla má hodnotu, $F_v = 3,4 \text{ N}$. Výsledná síla i vektor zrychlení míří rovnoběžně s plochou nakloněné roviny dolů ve směru pohybu tělesa.

2. Dopravní značka upozorňující na nebezpečné klesání 12 % (obr. 2) představuje sklon $6,8^\circ$. Jak víte, auto na takové silnici nesklouzne dolů ani za mokra. Simulujte tuto situaci pomocí aplikace a určete s přesností na celé stupně, jaký by musel být sklon silnice, aby auto za mokra sklouzávalo dolů. Použijte součinitel smykového tření pneumatika–beton (mokrý). Kolikaprocentní by to bylo klesání? Zaokrouhlete na celá procenta.



Obrázek 2: Dopravní značka – nebezpečné klesání

Řešení: Sklon silnice musí být 15° , tj. 27% klesání.

3. Nahoře na nakloněné rovině je dřevěný kvádr. Nakloněná rovina o sklonu 20° je rozdělena na 3 úseky. První je ledový, má délku 7 m a součinitel smykového tření má hodnotu $f_1 = 0,04$. Druhý je namydlené dřevo o délce 3 m, součinitel smykového tření má hodnotu $f_2 = 0,2$, a třetí je z kamene, má délku 5 m a součinitel smykového tření má hodnotu $f_3 = 0,4$.
 - a. Jakou rychlostí se pohybuje těleso na konci třetího úseku, pokud bude počáteční rychlost tělesa nulová? K nalezení odpovědi použijte aplikaci.
 - b. Jaká bude výsledná rychlost na konci třetího úseku, pokud bude počáteční rychlost tělesa 5 m/s? K nalezení odpovědi použijte aplikaci.

Řešení:

- a. Zjištěná rychlost je 6,94 m/s.
- b. Zjištěná rychlost je 4,66 m/s.

4. Česká republika je protkána sítí železničních tratí.

- a. Zjistěte nejvyšší sklon železniční tratě v síti Správa železnic v ČR.
- b. Určete tento sklon ve stupních.



- c. Kdybychom položili na kolej této tratě ocelový kvádr o hmotnosti 1 kg, rozjel by se na suché trati sám od sebe?
- d. Za jak dlouho by kvádr urazil dráhu 15 m na suché trati, kdybychom mu udělili počáteční rychlost 10 m/s?
- e. Úlohy c a d simulujte pro různé povrchy kolejí (suchý, mokrý, politý olejem) s pomocí aplikace.

Řešení:

- a. *S pomocí internetu nalezen nejvyšší určili sklon trati 58 ‰.*
- b. *Sklon trati je 3,3°.*
- c. *Na suché trati by se nerozjel.*
- d. *S využitím vztahů $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ a $a = g(f \cos \alpha - \sin \alpha)$ zjistíme, že vzdálenost 15 m by na suché trati urazil za 1,7 s.*





Zásobník úloh – pokročilá úroveň

1. Vlaky to na kolejích kvůli tření leckdy nemívají snadné. Podle vyprávění jednoho přednosty stanice mívají vlaky někdy problém, když koleje či kola zmoknou, namrznou nebo když napadá na koleje na podzim listí. Z mokrého listí se vytvoří kluzká vrstva, po které vlak klouže a má problém s dobrzděním. Prostě proklouže pryč a zastaví až za stanicí. Strojvedoucí to řeší posypem písku. Zásobníky na písek jsou u hnacích kol a trubice na písek ústí před kola. Jde také „proklouznout“ kola. Třením se kola ohřejí, osuší a vlak jede. U starších typů lokomotiv brzdy zároveň čistily kola od nečistot, takže to také zvyšovalo tření.



Obrázek 3: železniční značka -
- sklonovnik

Sklonovnik nebo též skloník (obr. 3) je železniční značka udávající podélné klesání či stoupání trati v promilích.

Uvedená značka říká, že v úseku 507 vodorovných metrů (metrů na mapě) je stoupání 10 % (deset promile). Stoupání 1 ‰ říká, že vlak vystoupá na 1000 m na mapě o 1 m.

- a. Určete, o kolik metrů vystoupá vlak na zmíněných 507 metrech?
- b. Představte si, že se děj odehrává na 50krát zmenšeném zahradním železničním modelu a s pomocí aplikace zjistíte, zda vláček vyjede, i když mu koleje naolejujete.

Řešení:

- a. Ze zadání víme, že stoupání 1 ‰ znamená, že vlak vystoupá na 1000 m na mapě o 1 m. S pomocí přímé úměrnosti zjistíme, že vlak vystoupá o 5,07 m.
- b. S pomocí aplikace určíme, že vláček vyjede.

2. „V horském terénu se k dopravě dřeva někdy využívá smyků – dřevěných koryt, jimiž se dopravují klády do nižších poloh. V Krkonoších bylo koncem 16. století 14 takových smyků, kterým se říkalo také fily či ryzy (z něm. die Riesen a odtud též das Riesengebirge). V Krkonoších se užívalo suchých smyků, avšak pro zmenšení třecí síly se do nich vpouštěla voda. Využívalo se rovněž zimního období, kdy voda ve žlabu zmrzla. Při stavbě smyků se musel brát zřetel na rozměry a hmotnost dopravovaných klád. Rozměru dřevěných klád odpovídala šířka dřevěného koryta. Hmotnost klád zase ovlivňovala délku žlabu. Těžší kláda nabírala větší rychlost než menší. Rychlost dosahovala až 100 kilometrů za hodinu. Žlab tak musel být kratší nebo disponovat většími zákrutami nebo brzdami – takzvanými vlky, které kládu zpomalovaly. Dalšího snížení rychlosti se dosáhlo v dolní části smyku, kdy konec koryta vedl vodorovně se zemí nebo do protisvahu.“

SMRČKA, Aleš. *Tradiční způsob dopravy materiálu v Krkonoších*. Praha 2013. Bakalářská práce, Univerzita Karlova v Praze, Filozofická fakulta, Ústav etnologie, Vedoucí práce: PhDr. Jan Pargač, CSc.

K dopravě materiálů v horách se využívaly saně a jiné klouzavé dopravní prostředky. Více o těchto dopravních prostředcích naleznete v disertační práci Aleše Smrčky.

SMRČKA, Aleš. *Tradiční horský transport na teritoriu Krkonoš, Šumavy, Západních Beskyd a Javorníků*. Praha 2019. dizertační práce, Masarykova univerzita, Filozofická fakulta, Ústav evropské etnologie, Vedoucí práce: doc. PhDr. Daniel Drápala, Ph.D





- a. Určete nejmenší sklon suchého smyku, aby se po něm samovolně pohybovala dřevěná kláda. Výsledek ověřte s pomocí aplikace.
- b. Jak závisí minimální sklon smyku na hmotnosti klády? Opověď ověřte s pomocí aplikace.
- c. Zformulujte hypotézy, které vysvětlí, proč se těžké klády mohly pohybovat skluzem rychleji než lehké. O svých hypotézách diskutujte ve skupinách.
- d. Jaké jsou výhody a nevýhody využití smyků k dopravě dřeva? Proč se již dnes v Krkonoších nevyužívají? K nalezení odpovědi využijte internet. O svých hypotézách diskutujte ve skupinách a prezentujte je ostatním.
- e. K jakému účelu bylo využíváno dřevo těžené v Krkonoších? Kam a jakým způsobem se dopravovalo? K nalezení odpovědi využijte internet.
- f. Se suchým smykem se můžeme setkat v jedné filmové pohádce se zpívající květinou. O jakou pohádku se jedná? Naleznete na internetu příslušnou scénu.
- g. Vytvořte model smyku.

Řešení:

- a. Ze vztahu $f = \tan \alpha$ vyplývá, že hodnota sklonu musí být minimálně $21,8^\circ$ pro $f = 0,4$.
- b. Hodnota minimálního sklonu na hmotnosti klády nezávisí.
- c. Například: U těžších klád může dojít vlivem pohybu k vyhlazení povrchu a tím ke snížení součinitele smykového tření. Těžší kláda překonává nerovnosti bez větší ztráty rychlosti.
- d. Výhody: Levná doprava v prudkém terénu. Nevýhody: Opotřebování klád i smyku při provozu.
- e. Dřevo bylo dopravováno hlavně do Kutné Hory, kde se využívalo v dolech. Splavovalo se pomocí řek a dále pak pomocí povozů.
- f. Pyšná princezna.





3. Andrzej Sapkowski je autorem fantasy povídek a románů o zaklínači a dívce Ciri. Ciri se díky teleportu ocitla na poušti, kde se setkala s netvorem podobným obřím mravkolvu.

„Dívka přišla blíž. Prohlubeň byla široká, měla přinejmenším dvacet stop v průměru. Měla nálevkovitý tvar a dokonale kruhový okraj, jakoby se do písku otisklo olbřímí vejce. Ciri náhle pochopila, že tak pravidelný tvar nemohl vzniknout sám od sebe. Ale bylo příliš pozdě. Na dně trychtýře se cosi pohnulo a vrhlo dívce do tváře štěrku a písek. Uskočila, upadla a zjistila, že klouže dolů. Následující salvy štěrku netloukly pouze do ní, nýbrž i do okraje nálevky – a ta se sesouvala ve vlnách, snášejících ji dolů“

SAPKOWSKI, Andrzej. *Čas opovržení: Druhá část ságy o zaklínači*. Ostrava: Leonardo, 1996. ISBN 80-85951-01-0.

- Pasti mravkolvů jsou hluboké přibližně $2/3$ jejich průměru. Jak hluboká je nálevka popisovaná v románu, pokud se řídí stejným pravidlem?
- Jaký je sklon stěn nálevky?
- Za jak dlouho by po stěně pasti sklouzla Ciri od okraje ke dnu, kdybychom zanedbali tření a odpor prostředí? Vytvořte graf závislosti dráhy dívky na čase.
- Za jak dlouho by Ciri sklouzla ke dnu, pokud by odpor prostředí (tření) byl 90 % síly, která se dívku snaží posunout dolů? Vytvořte graf závislosti dívku uražené vzdálenosti na čase.
- Za jak dlouho by dívka doklouzala na dno, kdybychom předpokládali, že se pod ní utrhla stěna nálevky a ona se pohybovala 0,1 volným pádem a potom by klouzala ke dnu tak, že odpor prostředí (tření) by byl 90 % síly, která Ciri posouvá dolů? Pokud využijete k řešení aplikaci, zadejte pro simulaci pohybu hodnotu součinitele tření 1,2.
- Který z těchto scénářů pohybu by byl asi nejpravděpodobnější? Svoji odpověď zdůvodněte.
- Pohyby Ciri v nálevce simulujte s pomocí aplikace. Pro simulaci úloh d a e využijte pohybu s nulovou a nenulovou počáteční rychlostí a hodnotu součinitele smykového tření $f = 1,2$. Tato hodnota odpovídá danému odporu prostředí.
- K řešení i k ověřování výsledků používejte aplikaci.

Řešení:

- Hloubka nálevky je 4,07 m při délce stopy 30,5 cm.
- Sklon nálevky je $53,15^\circ$.
- Ciri sklouzne bez tření za 1,14 s.
- Pokud uvažujeme tření tak, jak je dáno v příkladu, a využitím vztahu $a = 0,1 \cdot g \cdot \sin \alpha$ a dosazením do vztahu $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$ zjistíme, že by Ciri sklouzla na dno za 3,6 s.
- Délka stěny nálevky je 5 m. Při volném pádu dívka nabere rychlost přibližně 1 m/s ($v = gt$). S pomocí aplikace jde už zjistit, že po pádu by Ciri doklouzala ke dnu za 2,6 s. Pokud chceme řešit úlohu analyticky, musíme najít kořeny kvadratické rovnice $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$. Přičemž $a = 0,1 \cdot g \cdot \sin \alpha$. Hodnoty daných veličin pak jsou $s = 5$ m, $a = 1$ m/s, $v_0 = 1$ m/s.

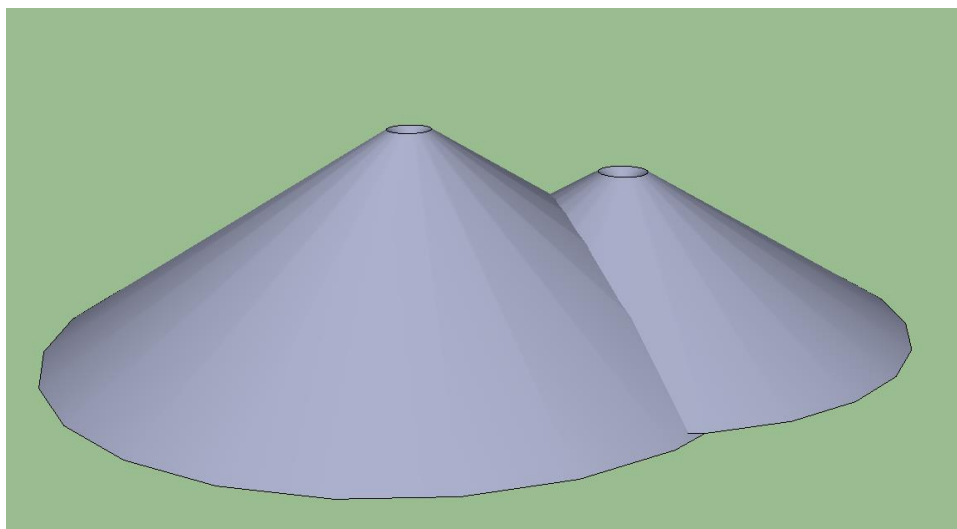




4. Dominantou Českého ráje je zřícenina hradu Trosky, která se nachází mezi dvěma bazaltovými sukami. Ty tu zůstaly po sopečné činnosti v době třetihor. Oba představují erozní relikty dvou struskovitých kuželů. Na Zemi bývá sypný úhel (sklon svahu) u sopek kolem 30° .
- S pomocí map odhadněte výšku skalních suků a určete jejich vzdálenost od sebe.
 - Pokuste se zrekonstruovat tvar Trosek, jak vypadaly před 16,5 miliony lety.
 - Jak dlouho by trval sjezd z této sopky na sáňkách, kdybychom zanedbali vliv tření a odporu vzduchu?
 - S jakou rychlostí bychom dojeli na úpatí sopky, kdybychom jeli z jejího vrcholu přímo dolů? Tření opět zanedbáme.
 - Na svah sopky položíme desku. S pomocí aplikace určete minimální hodnotu statického součinitele smykového tření mezi deskou a kvádrem, při kterém by se kvádr po desce samovolně nerozjel dolů. Nalezenou hodnotu součinitele ověřte výpočtem. S pomocí tabulek určete dvojice materiálů, které by danou podmínku splňovaly.

Řešení:

- Výška Panny je přibližně 195 m, výška Baby 185 m a vzdálenost Baby a Panny 105 m.*
-



Obrázek 4: Pravděpodobný tvar Trosek před 16,5 milióny lety

- Bez odporu prostředí bychom sjeli na sáňkách z Panny směrem na východ (asi 400 m) za 12,7. K výpočtu lze využít vztah $s = \frac{1}{2}at^2$ přičemž $a = g \cdot \sin \alpha$*
- Rychlost na úpatí by byla 62,6 m/s = 225,5 km/h při využití vztahu $v = at$.*
- Minimální hodnota statického součinitele smykového tření je 0,58 ($f = \tan \alpha$), danou podmínku splňuje například kůže a kov ($f = 0,6$)*



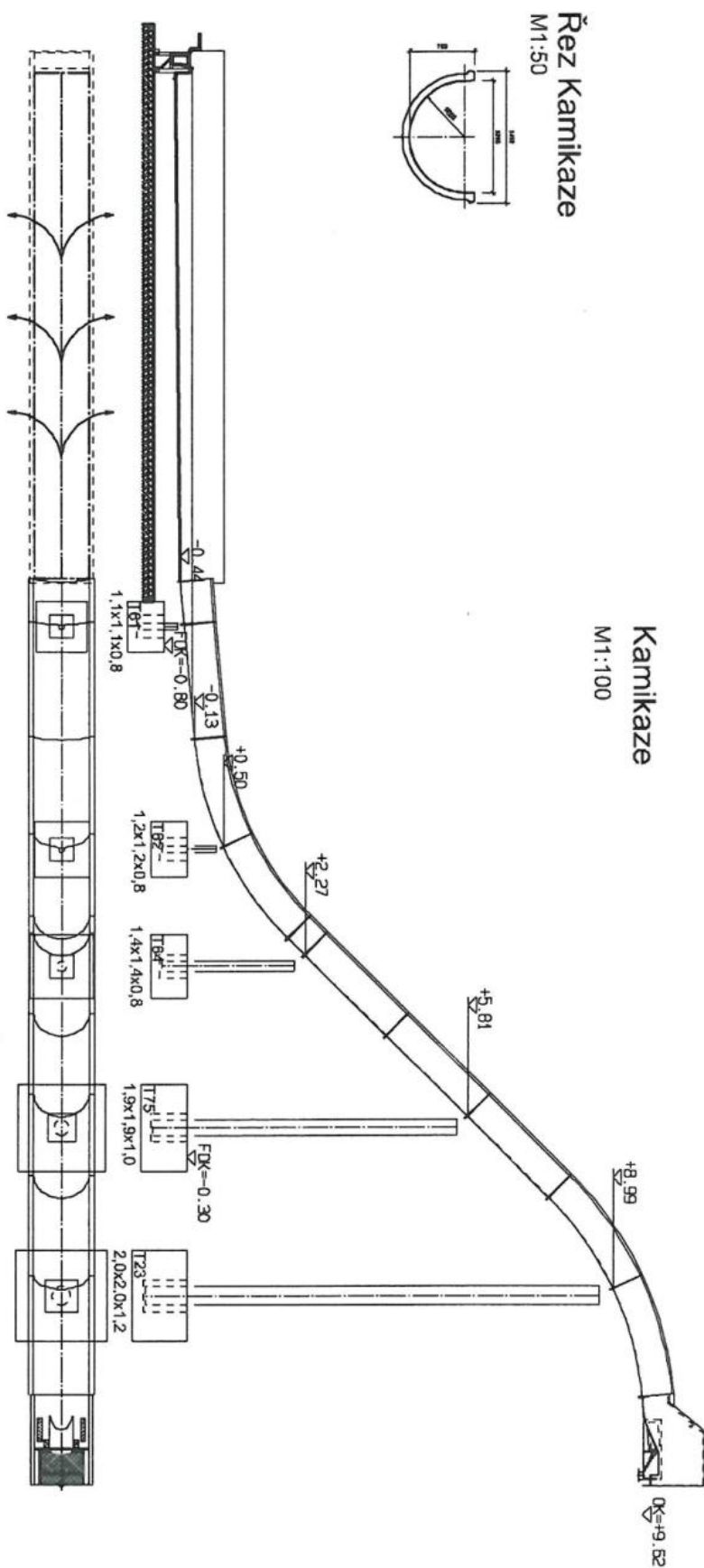
5. Turnovské venkovní koupaliště nabízí návštěvníkům skluzavky a tobogan. Z fotek a přiložené dokumentace odhadněte maximální rychlost na nejprudší skluzavce (Kamikaze) a čas, za který návštěvník sklouzne z vrcholu věže do bazénu. Tření a odpor vzduchu zanedbejte.
- Vytvořte pracovní skupiny.
 - Každý vytvořte postup práce, jakým způsobem by šla úloha řešit. Postupy diskutujte ve skupinách. Zvolte jednu metodu, kterou bude daná skupina úlohu řešit.
 - Ověřte hypotézu výpočtem. Případně navštivte koupaliště a proveďte experiment.
 - Simulujte pohyb na klouzačce s pomocí aplikace: Hrátky s fyzikou: Translační pohyb tělesa na nakloněné rovině.
 - Prezentujte své postupy a výsledky ostatním skupinám.



Obrázek 5: Skluzavky na turnovském koupališti



Obrázek 6: Skluzavky na turnovském koupališti



Obrázek 8: MLEJNEK, M., BUCHTA, A. Skluzavka Kamikaze, technická dokumentace



Náměty do výuky

Pro dopravu materiálů se využívají žlaby a skluzy. Někdy jsou žlaby tvarovány do tvaru šroubovice. Naleznete ve svém okolí příklady těchto dopravních systémů.

V potravinářském průmyslu se často využívá spádové potrubí k dopravě sypkých materiálů. V Encyklopedii strojů a nástrojů¹ naleznete příklady využití nakloněné roviny.

V systému opevnění, který se budoval podél hranic Československa ve třicátých letech, se využívaly k ochraně betonových bunkrů granátové skluzy. Jednalo se o litinovou trubku, která procházela šikmo dolů stěnou pevnosti. Do této trubky se hodil granát, který pak vypadl u paty stěny a zlikvidoval případné útočníky. S pomocí internetu zjistěte více o granátových skluzech. Kde se nalézají nejbližší pozůstatky prvorepublikových opevnění?

K dopravě dřeva se v horách využívaly smyky – dřevěná koryta, kterými se samospádem dopravovaly klády do údolí, po kterých se plavilo řekami dál. U prudkých svahů se využívaly zemní smyky. Ke snížení tření u povlných svahů se vlévala do vodotěsných koryt vodních smyků voda, která se získávala z malých vodních nádrží. Pozůstatky těchto staveb můžeme nalézt například v Krkonoších. Zjistěte s pomocí internetu více informací o těchto zařízeních.

¹ KUBÁSKOVÁ, Lucie; LINHARTOVÁ, Klára; RŮŽIČKOVÁ, Vladimíra a kol. *ENCYKLOPEDIIE STROJŮ A NÁSTROJŮ, POTRAVINÁŘSKÁ VÝROBA*. Praha: Národní zemědělské muzeum, 2011, ISBN 978-80-86874-35-7. Na internetu lze najít na stránce: https://www.nzm.cz/file/6a2ea020d83ca442ff804ffa49e69ecf/6279/encyklopedie-strojů-a-nástrojů_potravinářská-výroba.pdf