

LISSAJOUSOVY OBRAZCE

(zásobník úloh a námětů do výuky)

Zásobník slouží jako zdroj příkladů a námětů pro učitele, tudíž zde nejsou metodicky rozpracované hodiny. Vyučující zde ale naleznou nápady, které mohou zakomponovat do výuky.

Zásobník je rozdělen na následující části:

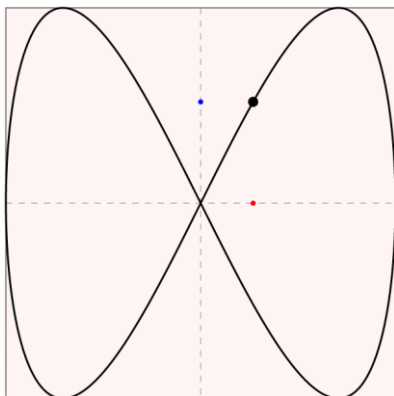
- Zásobník úloh – základní úroveň
- Zásobník úloh – pokročilá úroveň
- Náměty do výuky



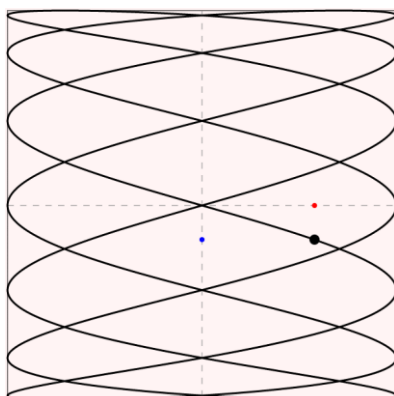
Zásobník úloh – základní úroveň

- 1) Studenti sestavili Blackburnovo kyvadlo o délkách závěsů $l_1 = 20$ cm a $l_2 = 80$ cm. S pomocí aplikace vykreslete křivku Lissajousova obrazce, který vykreslí písek sypající se z kyvadla na podložku.

Odpověď:



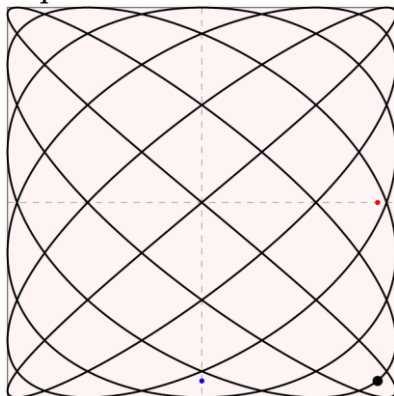
- 2) Určete poměr frekvencí navzájem kolmých kmitů, kterým odpovídá křivka na obrázku. Daný obrazec následně vykreslete s pomocí aplikace.



Odpověď: 7 : 2

- 3) Vytvořte s pomocí aplikace Lissajousův obrazec, který bude odpovídat hudebnímu intervalu malá tercie.

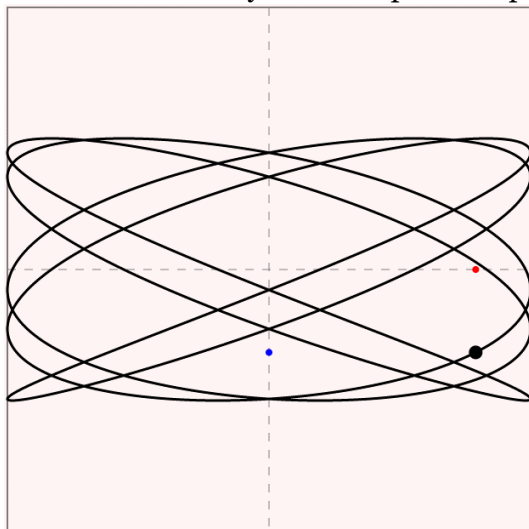
Odpověď:





Zásobník úloh – pokročilá úroveň

- 1) Určete poměr frekvencí navzájem kolmých kmitů, kterým odpovídá křivka na obrázku. Daný obrazec následně vykreslete s pomocí aplikace. Počáteční fáze jednoho z kmitů je 45° .



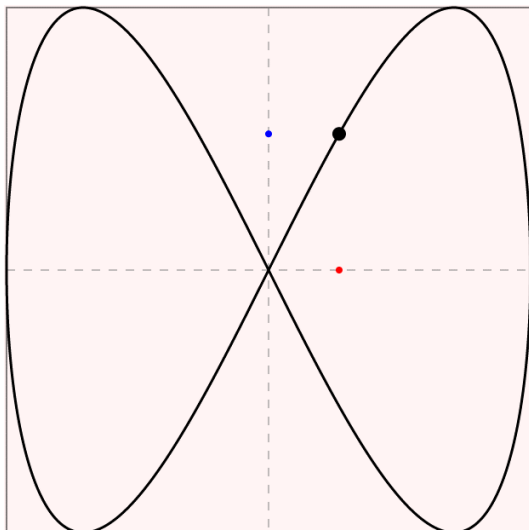
Odpověď: 4 : 5

- 2) Vytvořte s pomocí aplikace Lissajousovy obrazce, které vzniknou složením kmitů o frekvencích:
- 440 Hz a 880 Hz (a^1 a a^2)
 - 392 Hz a 784 Hz (g^1 a g^2)

Uvažte přitom maximální rozsah frekvencí, které je aplikace schopna vykreslit.

Porovnejte navzájem tvary křivek.

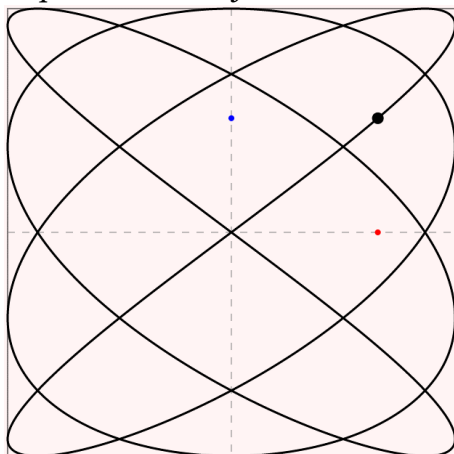
Odpověď: Obrazce jsou stejné, protože poměr frekvencí je v obou případech stejný (1 : 2).



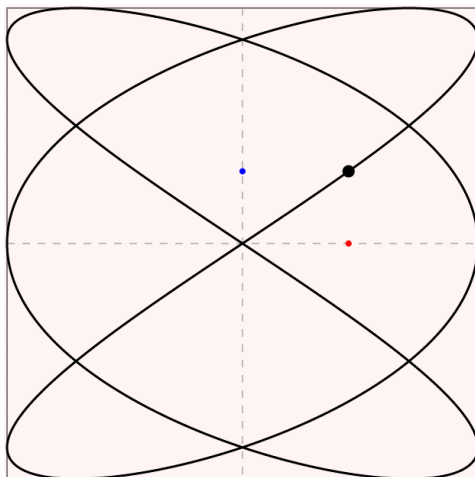


- 3) Vytvořte s pomocí aplikace Lissajousův obrazec, který vznikne složením kmitání dvou na sebe kolmých ladiček vydávajících tóny c^1 a f^1 (čistá kvarta). Uvažte přitom maximální rozsah frekvencí, které je aplikace schopna vykreslit.

Odpověď: Poměr frekvencí v čisté kvartě je 3 : 4, čemuž odpovídá obrazec



- 4) Ladička, která vytváří vodorovnou složku kmitů v Lissajousově obrazci, kmitá s frekvencí komorního a.
- Určete frekvenci druhé ladičky, pokud složením jejich kmitání vzniká obrazec na obrázku.
 - V jakém intervalu znějí ladičky? Vytvořte daný obrazec s pomocí aplikace. Uvažte přitom maximální rozsah frekvencí, které je aplikace schopna vykreslit.



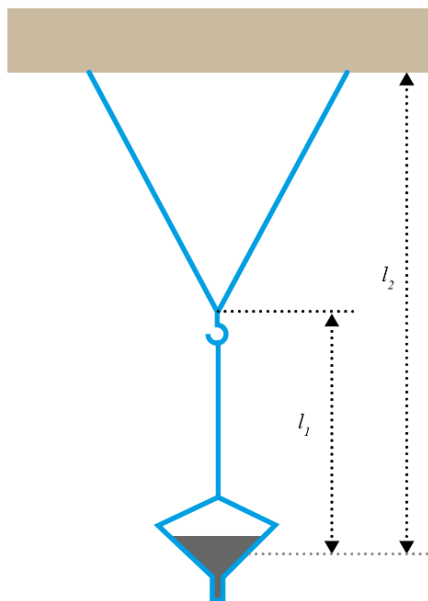
Odpověď: a) 660 Hz, b) čistá kvinta

Náměty do výuky

K vykreslení Lissajousových obrazců se kromě počítače dá využít (a v minulosti hojně využívalo) Blackburnovo kyvadlo (Blackburn pendulum). Kyvadlo má tvar písmene Y a k jeho spodní části je připevněna nádobka s pískem, který se z ní pomalu sype a vykresluje na podložce stopu Lissajousových obrazců.

Pokud délku závěsů l_1 a l_2 zvolíme tak, aby poměr jejich period byl vyjádřen podílem celých čísel, budou se vykreslovat poměrně jednoduché křivky.

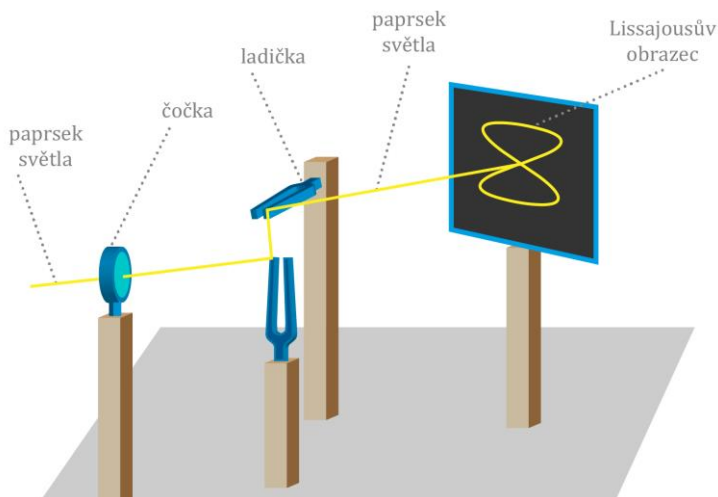
Pro vyjádření poměru period k délce závěsu platí vztah: $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$



K vykreslení Lissajousových obrazců se také využívá harmonograf (harmonograph) – laterální harmonograf (lateral harmonograph), pintograf (pintograph), rotační pintograf (rotary pintograph) a další zařízení.

Lissajousovy obrazce se využívají pro měření frekvencí neznámých kmitů.

Vytvoříme paprsek světla, který necháme postupně odrazit od dvou zrcadel upevněných na rozkmitaných ladičkách. Jestliže je známa frekvence kmitů první ladičky, jsme schopni analýzou obrazce zjistit poměr frekvencí a následně frekvenci druhé ladičky.



Poměr frekvencí stanovíme z Lissajousova obrazce tak, že vedeme přes obrazec myšlenou vodorovnou a svislou čáru, které protínají křivku v maximálním množství bodů (neprochází vlastními průsečíky obrazce).

Protíná-li vodorovná přímka křivku v n_v a svislá v n_s bodech, lze poměr frekvencí spočítat pomocí vztahu: $\frac{f_v}{f_s} = \frac{n_s}{n_v}$

